Ensayos Económicos

57
58
Enero - Junio de 2010

BANCO CENTRAL DE LA REPÚBLICA ARGENTINA

ie | BCRA
INVESTIGACIONES ECONÓMICAS

Incertidumbre y política económica: grandes problemas y pequeños modelos

P. Ruben Mercado*
Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo

Resumen

¿Cómo debe actuar la autoridad monetaria cuando se incrementa la incertidumbre respecto del efecto de sus acciones de política? ¿Debe el Banco Central utilizar sus instrumentos más cautamente o, por el contrario, debe aplicarlos con más intensidad?

La teoría de la política económica tiene resultados analíticos muy conocidos en torno al uso de instrumentos (monetarios, fiscales, etc.) cuando el problema de política se plantea en un contexto estático y determinístico. Estos resultados se extienden fácilmente a problemas en los que la incertidumbre es relativamente "inocua", es decir, cuando la misma puede suponerse como originada en *shocks* que no alteran significativamente las relaciones estructurales básicas del sistema económico, o el conocimiento que se tiene del mismo.

No es éste el caso cuando la incertidumbre se presenta en formas más complejas y que afectan significativamente, directa o indirectamente, los mecanismos de transmisión que van desde los instrumentos hasta los objetivos de política, es decir cuando nos enfrentamos a problemas de incertidumbre paramétrica o de modelo. A medida que nos movemos de modelos estáticos y determinísticos a mundos dinámicos e inciertos, los teoremas más conocidos tienden a perder

---

* Economista Senior del Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo. Se agradecen los comentarios de dos referís anónimos, y la asistencia de Antonella Bonacina. El análisis y las recomendaciones de esta publicación no reflejan necesariamente las opiniones del Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, de su Junta Ejecutiva o de sus Estados miembros, ni tampoco las del BCRA o sus autoridades. Email: ruben.mercado@undp.org.

validez, y no pocas veces nos encontramos con resultados a primera vista contraintuitivos o francamente sorprendentes, tal como se presenta progresivamente en este trabajo.

En este artículo se presenta una introducción a los principales resultados analíticos existentes relativos a problemas de incertidumbre y política económica. Se aborda especialmente la cuestión de la “cautela” *versus* “intensidad” en el uso de instrumentos de política económica en contextos dinámicos con incertidumbre. Mediante el uso de pequeños modelos, en primer lugar se repasan resultados atinentes a problemas determinísticos. Luego, se abordan problemas con incertidumbre paramétrica y con incertidumbre de modelo en contextos de control óptimo y control robusto. Finalmente, se presentan conclusiones comparativas y se sugieren líneas futuras de investigación.

Códigos JEL: C44, C61, E52, E61, E63.

Palabras clave: incertidumbre, control óptimo, control robusto, política macroeconómica.

Uncertainty and Economic Policy: Big Problems and Small Models

P. Ruben Mercado
United Nations Development Programme

Summary

This article presents an introduction to the main existing analytical results relating to problems of uncertainty and economic policy. It addresses specifically the question of "caution" versus "intensity" in the use of instruments of economic policy under uncertainty in dynamic contexts. That question can be illustrated simply as follows: How should the monetary authority act when faced with increasing uncertainty about the impact of its policy actions?

The starting point is the assumption that the Central Bank can influence nominal or real economic variables, for example, using its monetary instruments. But depending on the degree of stability of the economic agents' behavior, or depending on changes in technology or in the institutional structure, the effect of some policy actions may be more or less uncertain. Therefore, when this uncertainty is increased: Should the Central Bank use its instruments more cautiously or, conversely, to apply them with more intensity?

This question is probably as old as the art of economic policy. However, its formal treatment began with the seminal paper of Brainard in the late 1960s, and continues today. In this article, and by using a sequence of small models but of growing complexity, I progressively introduce the main existing analytical results so far, I present comparative conclusions, and I suggest future research lines. The derivation of various results is presented in this work within a unified methodological framework using feedback rules, feedback gain coefficients and Riccati equations. This allows a better understanding of the analytic progression, and also provides a methodological basis that can be useful to obtain new results.

First, I review results pertaining to deterministic problems, beginning with the classic Tinbergen result for static models and its redefinition in dynamic models. Secondly, I present the problem of “caution” versus “intensity” in problems with parametric uncertainty in a context of optimal control. I present the results of Chow for the case of current uncertainty; those of Craine for the case of future uncertainty; those of Mercado for the case that both types of uncertainty arise simultaneously; and those of Athans, Ku and Gershwin in relation to the “uncertainty threshold principle”. Thirdly, I present the problem of “caution” versus “intensity” in problems with model uncertainty in a context of robust control, and I introduce the results derived by Gonzalez and Rodriguez for the cases of current and future uncertainty.

The main conclusion is that the results depend on the type of uncertainty (parametric or model uncertainty), the timing of the uncertainty (current or future), and the time horizon (finite or infinite). For optimal control with parametric uncertainty in the parameter associated with the policy variable, the optimal policy response is more cautious in the case of an increase in current uncertainty, while it becomes more intense in the case of an increase in future uncertainty. For an infinite horizon, caution prevails.

Contrasting, in the case of robust control with model uncertainty, the optimal policy response becomes more and more intense as uncertainty increases, but beyond a certain level of uncertainty, the response changes of behavior and becomes more and more cautious. And also in contrast to the case of optimal control, this response is the same for both current and future uncertainty, as well as in the case of an infinite horizon.

Most problems I dealt with in this article are of the linear quadratic form, with one target variable and one policy instrument, a standard formulation used to deal with them so far. In that sense, there are a number of scarcely explored lines of research that go beyond that formulation, such us: multivariate models, models with rational expectations, models with passive learning (using Kalman filters) or active learning (Dual control), and models with functional forms different from the linear quadratic one.

JEL: C44, C61, E52, E61, E63.

Key words: uncertainty, optimal control, robust control, macroeconomic policy.

Introducción

En este artículo se presenta una introducción a los principales resultados analíticos existentes relativos a problemas de incertidumbre y política económica. Se aborda especialmente la cuestión de la “cautela” *versus* “intensidad” en el uso de instrumentos de política económica en contextos dinámicos con incertidumbre. Dicha cuestión puede ilustrarse sencillamente con la siguiente pregunta: ¿cómo debe actuar la autoridad monetaria cuando se incrementa la incertidumbre respecto del efecto de sus acciones de política?

El punto de partida es el supuesto de que el Banco Central puede influenciar variables económicas nominales o reales a partir de, por ejemplo, del uso de instrumentos monetarios. Pero dependiendo del grado de estabilidad de las relaciones de comportamiento de los agentes económicos, o de cambios en la tecnología o en la estructura institucional, el efecto de cierta medida de política podrá ser más o menos incierto. Por lo tanto, cuando dicha incertidumbre se incrementa, ¿debe el Banco Central utilizar sus instrumentos más cautamente o, por el contrario, debe aplicarlos con más intensidad?

Esta cuestión es probablemente tan antigua como el arte de la política económica. Sin embargo, su abordaje formal comienza con el artículo seminal de Brainard (1967) y continúa hasta hoy. En este trabajo, y mediante el uso de una secuencia de pequeños modelos, pero de complejidad creciente, se introducen progresivamente los principales resultados analíticos existentes. En primer lugar, se repasan resultados atinentes a problemas determinísticos. Luego, se abordan problemas con incertidumbre paramétrica y con incertidumbre de modelo y se derivan resultados en contextos de control óptimo y control robusto. Finalmente, se presentan conclusiones comparativas y se sugieren líneas futuras de investigación.[1]

La teoría de la política económica tiene resultados analíticos muy conocidos en torno al uso de instrumentos (monetarios, fiscales, etc.) cuando el problema de política se plantea en un contexto estático y determinístico. Estos resultados se extienden fácilmente a problemas en los que la incertidumbre es relativamente

---

[1] La derivación de resultados diversos se presenta en este trabajo dentro de un marco metodológico unificado mediante el uso de *feedback rules*, *feedback gain coefficients* y ecuaciones de Riccati. Esto permite una mejor comprensión de la progresión analítica, y a la vez provee de una base metodológica que puede ser de utilidad para la obtención de resultados en campos donde los mismos aún no existen.

“inocua”, es decir, cuando la misma puede suponerse como originada en *shocks* que no alteran significativamente las relaciones estructurales básicas del sistema económico, o el conocimiento que se tiene del mismo.

No es éste el caso cuando la incertidumbre se presenta en formas más complejas y que afectan significativamente, directa o indirectamente, los mecanismos de transmisión que van desde los instrumentos hasta los objetivos de política, es decir, cuando nos enfrentamos a problemas de incertidumbre paramétrica o de modelo. A medida que nos movemos de modelos estáticos y determinísticos a mundos dinámicos e inciertos, los teoremas más conocidos tienden a perder validez, y no pocas veces nos encontramos con resultados a primera vista contraintuitivos o francamente sorprendentes, tal como se verá progresivamente en este trabajo.[2]

I. Política económica en contextos determinísticos

Desde el trabajo pionero de Tinbergen (1952) sabemos que en un contexto estático y determinístico, para alcanzar un número determinado de objetivos de política, necesitamos igual número de instrumentos independientes. Algebraicamente, dado un vector x de n variables objetivo, un vector u de m instrumentos de política, y una matriz B de $n \times m$ parámetros que representa los efectos de los instrumentos en las variables objetivo, tenemos un modelo de la economía dado por:

$$x = B u \qquad (1)$$

y el teorema de Tinbergen nos dice que dicha economía es estáticamente controlable si y sólo si:

$$r(B) = n \qquad (2)$$

es decir, si el rango de la matriz B es igual al número de objetivos.

---

[2] Tal como veremos, los resultados analíticos en torno a esta cuestión son muy escasos, pero existe una mayor abundancia de estudios de naturaleza empírica, particularmente en la Reserva Federal de Washington (ver, por ejemplo, Tetlow y Ironside, 2006). Para una presentación de cuestiones teóricas y empíricas relativas a política monetaria en contextos de incertidumbre y con referencias al caso argentino, ver Basco, Castagnino, Katz y Vargas (2007).

Este teorema *no* es necesariamente cierto en un contexto dinámico: aún con menos instrumentos que objetivos, hay casos en que éstos pueden alcanzarse sin mayor problema (Turnovsky, 1977). Efectivamente, si ahora representamos nuestro sistema económico de la siguiente forma, donde t es el subíndice temporal y donde A es una matriz $n \times n$:

$$x_{t+1} = A\,x_t + Bu_t \tag{3}$$

el sistema es dinámicamente controlable para un período $T \geq n$, si y sólo si se cumple la condición:[3]

$$r\left[B, AB, \ldots, A^{n-1}B\right] = n \tag{4}$$

La controlabilidad dinámica implica que, mediante la manipulación de los instrumentos de política (u), las variables de estado del sistema (x) pueden hacerse converger hacia cualquier conjunto de objetivos, dentro de un período finito T.

Hay diversas configuraciones de A y B que implican que hay menos instrumentos que objetivos y sin embargo dicha condición se cumple, como por ejemplo el caso en que tenemos un instrumento y dos objetivos, y donde A y B son:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Más aún, y en cierto modo curiosamente, si se supone que los agentes económicos tienen "previsión perfecta" (en un contexto estocástico diríamos que tienen "expectativas racionales"), el sistema dinámico resultante puede ser aún más fácil de controlar, puesto que el hacedor de política ahora puede influenciar la dinámica de la economía no solamente a través de sus acciones pasadas y presentes, sino también a través del anuncio de acciones futuras (Holly y Hughes-Hallett, 1989).[4] Ello es así siempre y cuando dichos anuncios de política sean creíbles, es decir que haya un compromiso cierto de llevarlos a cabo. De

---

[3] Nótese que la operación implica computar el rango de la matriz que resulta de adosar las T matrices que están contenidas dentro de los corchetes, es decir una matriz de $n \times (mT)$.

[4] Matemáticamente, el sistema deja de ser "recursivo hacia adelante" como en la ecuación 3, la cual se resuelve a partir de condiciones iniciales dadas, y pasa a representar un "problema de valores en la frontera en dos puntos", que requiere para su solución de condiciones iniciales y terminales.

lo contrario, pueden surgir problemas de inconsistencia dinámica y las cosas se complican (Kydland y Precott, 1977).[5]

Pero las cosas se complican aún más cuando el sistema económico se supone dinámico y con parámetros inciertos. En este mundo, y como veremos en lo que sigue, los resultados analíticos existentes hasta el momento son sumamente escasos y relativos a modelos muy pequeños, pero no pocas veces sorprendentes.

II. Incertidumbre paramétrica y control óptimo

Prácticamente toda la literatura teórica sobre este tema ha trabajado con modelos del tipo lineal-cuadrático, donde el modelo de la economía se aproxima con funciones lineales como las utilizadas más arriba, mientras que las preferencias del hacedor de política se aproximan con funciones cuadráticas. Y ello se hace ya sea porque se considera que este tipo de aproximaciones funcionan relativamente bien en la práctica, o porque los métodos de programación dinámica utilizados para resolver los problemas de optimización correspondientes permiten derivar, para el caso lineal-cuadrático, soluciones cerradas.[6]

El primer resultado teórico de esta línea de literatura fue provisto por Brainard (1967), para un modelo estático como el que sigue:

$$x = b\,u + \varepsilon \tag{6}$$

con una sola variable objetivo (x), un solo instrumento (u); donde el parámetro b es ahora una variable aleatoria con varianza igual a σ_b^2; y donde ε es una variable aleatoria con valor esperado igual a cero.

El problema de política es determinar el valor del instrumento u de modo de minimizar el valor esperado E del cuadrado de los desvíos de la variable objetivo x respecto de una meta prefijada x^*. Formalmente:

---

[5] Las cosas se complican al menos a nivel teórico. Para una apreciación de la relevancia práctica de este problema, ver Blinder (1997).

[6] Los libros clásicos en esta literatura son Kendrick (1980) y Holly y Hugues-Hallett (1989).

$$\min_u E\left(x - x^*\right)^2 \tag{7}$$

sujeto, como restricción, a la ecuación 6. En el caso del problema que nos ocupa, el valor óptimo de u que se obtiene luego de sustituir (6) en (7) y llevar a cabo la minimización correspondiente,[7] está dado por:

$$u = \frac{b x^*}{b^2 + \sigma_b^2} \tag{8}$$

Nótese que de no existir incertidumbre paramétrica (es decir en el caso de $\sigma_b^2 = 0$), el valor de u deviene igual a:

$$u = \frac{x^*}{b} \tag{9}$$

que es la solución determinística del problema. Por lo tanto, y como podemos apreciar en (8), a medida que σ_b^2 deja de ser igual a cero y se va incrementando, el valor del denominador se incrementa y el valor absoluto de u se va reduciendo. Ello implica que la respuesta de política óptima es actuar cada vez con más cautela en el manejo del instrumento de política, a medida que la incertidumbre se incrementa.

Este resultado experimenta algunas metamorfosis cuando tratamos de analizar su validez en un contexto dinámico. Nuestro problema puede expresarse formalmente como un problema de control óptimo en el que se trata de encontrar el sendero temporal del instrumento $\left(u_t\right)_{t=0}^{T-1}$ que minimiza la función objetivo cuadrática J:

$$J = E\left\{\frac{1}{2}\beta^T w x_T^2 + \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T-1}\beta^t\left(w x_t^2 + \lambda u_t^2\right)\right\} \tag{10}$$

sujeto a:

$$x_{t+1} = a x_t + b u_t + \varepsilon_t \tag{11}$$

[7] Y teniendo en cuenta que $E\left\{b\right\} = b$ y que $E\left\{b^2\right\} = b^2 + \sigma_b^2$.

Donde E es el operador de valor esperado; β es un factor de descuento $(0 < \beta < 1)$; w y λ son ponderadores positivos para la variable objetivo y el instrumento, respectivamente, que indican la importancia relativa que el hacedor de política otorga a los desvíos de dichas variables respectos de sus senderos deseados; x es la variable objetivo y u el instrumento de política;[8] ε es un *shock* estocástico idéntica e independientemente distribuido; a se supone menor o igual que 1, es decir que el sistema no es inestable; y como en el ejemplo estático, seguimos suponiendo que la varianza de b es σ_b^2, pero ahora también supondremos que esta varianza puede cambiar con el tiempo, es decir que la incertidumbre paramétrica puede no ser constante.[9] Esto podría deberse a que se presume que la estructura de la economía estaría cambiando o que el conocimiento que se tiene de ella podría modificarse.

La solución a este problema es la *feedback rule* (Kendrick, 1981; Amman, Kendrick y Neudecker, 1995):

$$u_t = G_t x_t \qquad (12)$$

donde G, denominado *feedback gain coefficient* en la literatura de control óptimo, está dado por:

$$G_t = -\left(E\left\{\lambda + \beta k_{t+1} b^2\right\}\right)^{-1} E\left\{\beta k_{t+1} a b\right\} \qquad (13)$$

y donde la evolución de k viene dada por las ecuaciones de Riccati:

$$k_T = w \qquad (14)$$

para el período terminal T y por:

$$k_t = E\left\{w + \beta k_{t+1} a^2\right\} - \left(E\left\{\lambda + \beta k_{t+1} b^2\right\}\right)^{-1} \left(E\left\{\beta k_{t+1} a b\right\}\right)^2 \qquad (15)$$

para cualquier otro período, las cuales se resuelven secuencialmente desde el período terminal hacia el inicial.

[8] Para simplificar la notación, de ahora en más las variables x y u pueden interpretarse como representando desvíos respecto de valores prefijados.

[9] No se hace ningún supuesto respecto del tipo de dinámica que podría estar gobernando dicho cambio. Como se verá luego, para derivar resultados analíticos se supondrán cambios específicos en dicha varianza.

Podemos aquí plantearnos la misma pregunta que en el modelo de Brainard, es decir: ¿qué efectos tendrá un incremento de la incertidumbre paramétrica sobre la respuesta de política? Más específicamente, lo que aquí interesa es el efecto sobre la respuesta de "primer período" (período cero)[10] del instrumento u (o, en forma equivalente, sobre el valor absoluto del coeficiente G)[11] cuando hay un incremento en $\sigma^2_{b(t)}$.

Puesto que $E\left\{ b^2 \right\} = b^2 + \sigma_b^2$, mientras que σ_b^2 puede variar con el tiempo, de (13) obtenemos:

$$G_t = -\frac{\beta k_{t+1}\, a\, b}{\lambda + \beta k_{t+1}\left(b^2 + \sigma^2_{b(t)}\right)} \tag{16}$$

Para el caso en que el incremento de $\sigma^2_{b(t)}$ tiene lugar solamente en el primer período (incertidumbre corriente), podemos obtener el siguiente resultado:

$$\frac{\partial \left|G_0\right|}{\partial \sigma^2_{b(0)}} = -\frac{\beta^2 k_1^2 \left|a\, b\right|}{\left(\lambda + \beta k_1\left(b^2 + \sigma^2_{b(0)}\right)\right)^2} < 0 \tag{17}$$

Este resultado es similar al clásico de Brainard, en el sentido de que un incremento de incertidumbre corriente induce un uso más cauto del instrumento de política, y fue obtenido tiempo atrás por Chow (1973).

Sin embargo, el resultado anterior se revierte si nos enfrentamos con incertidumbre futura, como por ejemplo sería el caso de un hacedor de política que sabe hoy que ciertas innovaciones financieras que afectarán la demanda de dinero serán introducidas en una fecha futura conocida. Efectivamente, si ahora examinamos formalmente el caso en que se espera que se produzca un incremento en $\sigma^2_{b(S)}$, donde S puede tomar cualquier valor entre 1 y $(T - 1)$, y dado que el encadenamiento

[10] Es usual focalizarse en la conducta de las variables de política en el primer período, puesto que su conducta cualitativa puede cambiar luego del mismo. Esto se puede producir debido a que los valores óptimos luego del primer período se computarán recursivamente utilizando la ecuación del modelo para determinar el valor de la variable de estado x para el período "$t+1$" (ver Kendrick 1981, Capítulo 6).

[11] Nótese en la ecuación 12, que el valor de u se obtiene del producto de G por x por lo que, para cada valor observado de x, es el valor absoluto de G el que determina la magnitud de la respuesta de la variable de control u. Un valor absoluto "más pequeño" de G da lugar entonces a un valor absoluto "más pequeño" de u, es decir a una respuesta de política más cauta. Por el contrario, un valor absoluto "más grande" de G da lugar a un valor "más grande" de u, es decir a una respuesta de política más intensa.

intertemporal entre la incertidumbre futura $\sigma^2_{b(S)}$ y el *feedback gain coefficient* corriente G_0 viene dado por las sucesivas ecuaciones de Riccati (14) y (15), se puede demostrar que:

$$\frac{\partial |G_0|}{\partial \sigma^2_{b(S)}} = \frac{\partial |G_0|}{\partial k_1} \quad \cdots \quad \frac{\partial k_t}{\partial k_{t+1}} \quad \cdots \quad \frac{\partial k_S}{\partial \sigma^2_{b(S)}} > 0 \qquad (18)$$

un resultado que fuera obtenido por primera vez por Craine (1979). Frente a un incremento de incertidumbre futura, la respuesta óptima de política es actuar más intensamente en el presente.

Pero entonces, en función de lo visto, puede plantearse otra pregunta interesante: ¿cuál será el efecto neto cuando estamos en presencia de incrementos de incertidumbre corriente y futura? Supongamos por caso que $\sigma^2_{b(0)}$ se incremente en igual medida que $\sigma^2_{b(S)}$. La respuesta formal se obtiene de comparar (17) con (18), y se puede demostrar (Mercado, 2004) que el resultado es:

$$\left| \frac{\partial |G_0|}{\partial \sigma^2_{b(0)}} \right| > \frac{\partial |G_0|}{\partial \sigma^2_{b(S)}} \qquad (19)$$

Entonces, la respuesta cautelosa siempre prevalecerá sobre la intensa cuando estamos en presencia de igual incertidumbre corriente y futura. Más aún, puede demostrarse que a medida que la incertidumbre “se corre” más y más hacia el futuro (es decir si S se acerca a T), la prevalencia de la cautela se refuerza. Mientras que si la incertidumbre “se expande” hacia el futuro (es decir, si el incremento de incertidumbre se produce en S y permanece de ahí en más), la respuesta de política tenderá a ser menos cauta (Mercado, 2004).

Para el caso de un horizonte infinito, y donde la incertidumbre se incrementa igualmente tanto en el período corriente como en todo el futuro, el coeficiente G en la ecuación 13 se vuelve estacionario, y se obtiene (Mercado, 2004):[12]

---

[12] Ello significa que, en el caso de horizonte infinito, la única modificación de la solución el problema de control óptimo es que de las ecuaciones 13 y 15 desaparecen los subíndices temporales. Esta estacionariedad en el caso de horizonte infinito es una propiedad de la solución de los problemas de programación dinámica y control óptimo como los que estamos considerando. Para una prueba formal de la misma, ver Bertsekas (1995).

$$\frac{\partial|G|}{\partial\sigma_b^2}=-\frac{\beta\,|a\,b|\left(\dfrac{\partial k}{\partial\sigma_b^2}\lambda-\beta k^2\right)}{\left[\lambda+\beta k\,\left(b^2+\sigma_b^2\right)\right]^2}<0 \tag{20}$$

Es decir que, para un horizonte infinito, la actitud cautelosa siempre prevalece, un resultado dinámico que en cierto modo vuelve al resultado estático de Brainard.

Hasta aquí hemos analizado el problema de la incertidumbre con modelos muy pequeños de una variable objetivo y un solo instrumento. Parecería a primera vista ocioso explorar un modelo con dos instrumentos y un objetivo, ya que si aplicáramos el teorema de Tinbergen uno de ellos sería redundante. Sin embargo, nuevamente el mundo incierto nos depara sorpresas.

Efectivamente, para un modelo estático con un objetivo y dos instrumentos Brainard (1967) encuentra que en general resulta óptimo utilizar una combinación de ambos instrumentos. Mercado y Kendrick (2006) trabajan con un modelo dinámico en un contexto de optimización de política similar al presentado más arriba en las ecuaciones 10 y 11, pero con dos instrumentos. Y demuestran que, en el caso de incertidumbre "corriente", es óptimo utilizar más cautamente uno de los dos instrumentos de política cuando la incertidumbre (es decir, la varianza) de su parámetro asociado se incrementa, mientras que es óptimo utilizar más intensamente dicho instrumento cuando la incertidumbre asociada al parámetro del otro instrumento se incrementa. Las respuestas de política en el caso de incertidumbre "futura" resultan más complejas y son función de la magnitud relativa de las varianzas de los parámetros asociados a cada uno de los dos instrumentos.

Hay asimismo otra forma de complejizar la problemática de la relación entre incertidumbre y política económica, y que depara un resultado muy interesante. Consideremos nuevamente nuestro problema simple de un objetivo y una variable de política tal como está expresado en las ecuaciones 10 y 11, pero ahora supongamos que tanto los parámetros a como b son inciertos. La solución del problema sigue estando dada por las ecuaciones 12 a 15. De la ecuación de Riccati (15) vemos que k_t es una función de k_{t+1}, y una aproximación a dicha ecuación está dada por (Athans, Ku y Gershwin, 1977):

$$k_t \approx m k_{t+1} \tag{21}$$

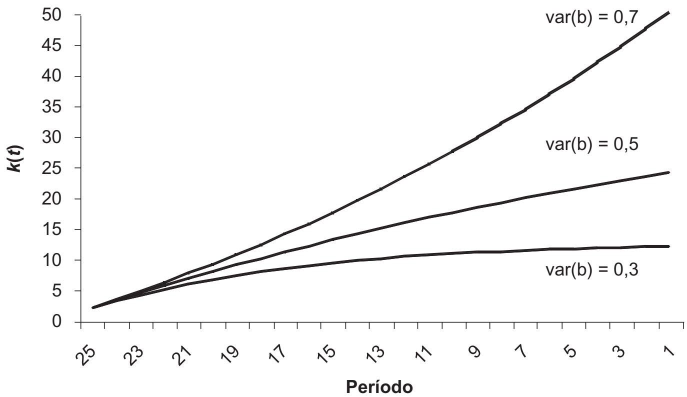
donde:

$$m=\beta\left(\sigma_a^2+a^2-\frac{a^2b^2}{b^2+\sigma_b^2}\right) \tag{22}$$

Si $m<1$, la ecuación de Riccati converge, para un horizonte infinito, a una solución estacionaria. Pero si $m>1$, habrá un comportamiento divergente y dicha solución no existe. De (22) se deduce que de acuerdo a cuales sean los valores de σ_a^2 y σ_b^2, es decir, de acuerdo al grado de incertidumbre, m podrá ser menor o mayor que uno. El Gráfico 1 ilustra la evolución de la ecuación de Riccati a partir de un período terminal igual a 25, para un ejemplo hipotético en que $\beta = w = \lambda = 1$, $a = 0{,}9$, $b = 1$, $\sigma_a^2 = 0{,}7$, y donde la varianza del parámetro b (es decir σ_b^2) toma valores crecientes. Mientras que para un valor de $\sigma_b^2 = 0{,}3$ la ecuación de Riccati converge hacia una solución estable, para $\sigma_b^2 = 0{,}5$ se ubica en una solución límite cercana al umbral de incertidumbre, y para $\sigma_b^2 = 0{,}7$ se vuelve divergente.

Podemos entonces concluir que existe un umbral que divide dos situaciones muy diferentes: una en la que es posible controlar el sistema económico con el instrumento de política, y otra en la que es imposible.[13] Esto se conoce como el "principio del umbral de incertidumbre" (Athans, Ku y Gershwin, 1977) y nos

Gráfico 1 / Solución ecuación de Riccati (T=25)



[13] Por controlar se entiende que sea posible, mediante el uso del instrumento de política, hacer converger al sistema hacia algún objetivo o meta preestablecida. Al divergir la ecuación de Riccati, esto es imposible.

dice que hay un límite cuantificable para la capacidad de tomar decisiones óptimas de política en función del grado de incertidumbre que enfrentamos. Resulta francamente sorprendente que aún en el marco de un modelo tan sencillo, la presencia de incertidumbre genere un problema tan grande.

En el marco del pequeño modelo presentado, el incremento de la incertidumbre se formaliza como el incremento de la varianza de algún o algunos parámetros, y se identifica formalmente un umbral a partir del cual se produce un cambio cualitativo en la conducta del sistema y en la posibilidad de controlarlo.

Ahora bien, cuando tenemos una situación en que la varianza es "pequeña" (ello puede deberse a que enfrentamos una situación que presenta mucha regularidad, poco cambio estructural, o a que contamos con mucha información y fácil aprendizaje), estamos entonces en un contexto en el que la incertidumbre puede medirse a través de distribuciones de probabilidad, es decir, es de naturaleza "cardinal". Sin embargo, cuando la varianza es "grande" o "muy grande", podemos pensar (un poco rústicamente) que cruzamos un "umbral" a partir del cual el concepto de varianza mismo comienza a perder sentido, pues entramos en un terreno en el cual los eventos tienen muy poca regularidad, hay cambios estructurales significativos, o hay poca información acumulada o acumulable. Esto hace que la incertidumbre sea difícil o imposible de medir y, por lo tanto, que a veces ni siquiera podamos definir distribuciones de probabilidad. En estos casos no podemos cuantificar la incertidumbre, pero quizás podamos hacer juicios "ordinales", de carácter subjetivo, ordenando eventos como más o menos probables. En casos extremos, no podríamos hacer ni siquiera eso.[14]

[14] Estas cuestiones nos retrotraen a discusiones de larga data, que se remontan a Knight (1921) y su diferenciación entre las que denomina situaciones de "riesgo" (incertidumbre cuantificable) e "incertidumbre" (incertidumbre "radical", no cuantificable), así como a la crítica de Keynes (1939) a Tinbergen (1937) en torno a la modelización macroeconométrica, y la correspondiente respuesta de Haavelmo (1943) (para una introducción a esta controversia y su contextualización en la historia de la econometría, ver la entrada "Econometrics", de M. Hashem Pesaram, en Eatwell, Milgate y Newman, 1987). Los ecos de estas discusiones se siguen reproduciendo hasta la actualidad. Hicks (1979), Capítulo 8, reflexiona en este sentido en torno al uso del concepto de probabilidad en economía. Davidson (1996) postula la "no ergodicidad" de los procesos económicos, es decir que los mismos resultarían imposibles de representar con distribuciones de probabilidad. Schakle (1972) desarrolla sugerentes reflexiones en torno a la relación entre incertidumbre y política económica, en el marco de lo que denomina economía "kaleidica".

III. Incertidumbre de modelo y control robusto

Hasta ahora nos hemos focalizado principalmente en problemas que caen dentro del campo que se conoce como control óptimo, donde el supuesto básico es que el modelo utilizado, aunque con elementos estocásticos, es el "verdadero" modelo de la economía. Sin embargo, puede ser que el hacedor de política tenga dudas respecto de la validez de la especificación del modelo que utiliza y prefiera tomar precauciones en ese sentido, tomando decisiones de política que sean robustas para un conjunto de modelos posibles que se supongan más o menos cercanos al modelo especificado. En tal caso, nos enfrentamos a lo que se conoce como problema de control robusto.

Desde un punto de vista probabilístico, un modelo del tipo de los considerados hasta ahora, y de los que veremos a continuación, puede ser visto como la especificación de una distribución de probabilidad, la cual puede ser influenciada mediante la manipulación de variables de control por parte del hacedor de política. Por lo tanto, en este contexto, postular que el hacedor de política tiene dudas sobre la especificación del modelo, es equivalente a decir que el mismo tiene incertidumbre subjetiva respecto de la especificación de una distribución de probabilidad. En este sentido, el enfoque de control robusto y su noción de incertidumbre de modelo es considerado por algunos autores como cercano a los conceptos de "aversión a la incertidumbre" y de "ambigüedad", e inclusive, hasta cierto punto, como relacionado con el concepto de "incertidumbre al estilo de Knight".[15]

El punto de partida del enfoque de control robusto[16] es un modelo al que en la literatura se denomina "modelo nominal" y que se utiliza como especificación de partida, y que tiene la forma:

$$x_{t+1} = a\,x_t + b\,u_t + \varepsilon_t + z_t \tag{23}$$

donde x es la variable de estado; u la variable de control; ε un *shock* estocástico idéntica e independientemente distribuido; a y b son parámetros; y donde la

---

[15] Para caracterizaciones de preferencias con aversión al riesgo o ambigüedad, ver Gilboa y Schmeidler (1989) y Epstein y Schneider (2003). Sobre la relación entre aversión al riesgo y control robusto, ver Hansen, Sargent, Turmuhambetova y Williams (2006).

[16] La referencia fundamental de este enfoque es Hansen y Sargent (2007).

variable z es un "*shock* de especificación" que se utiliza para representar modelos alternativos. Estos modelos se hacen más o menos cercanos al modelo nominal a través de la imposición del límite definido por la restricción siguiente:

$$E\sum_{t=0}^{T} z_t^2 \leq \eta \tag{24}$$

donde E es el operador de valor esperado y donde $\eta \geq 0$. Valores relativamente altos de η hacen que las decisiones de política sean más robustas a problemas de especificación del modelo.

El problema de política puede plantearse como un juego de suma cero entre el hacedor de política y la "naturaleza", donde aquel trata de minimizar los desvíos de su función objetivo mediante el uso óptimo del instrumento de política u, pero ahora se enfrenta con la "naturaleza" que trata, malévolamente, de maximizar dichos desvíos a través de z. Esta formulación es consistente con la idea de que el hacedor de política busca minimizar el costo de error de especificación del modelo, es decir que busca decisiones de política que sean robustas para un conjunto de modelos posibles.

Por medio del teorema del multiplicador de Lagrange, la restricción (24) puede convertirse en una penalidad y el problema escribirse formalmente como:

$$\min_{\{u_t\}_{t=0}^{T-1}} \max_{\{z_t\}_{t=0}^{T-1}} E\left\{\frac{1}{2}wx_T^2 + \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T-1}\left(wx_t^2 + \lambda u_t^2 + \theta z_t^2\right)\right\} \tag{25}$$

sujeto a (23). Nótese que ahora z aparece multiplicada por el parámetro θ (el multiplicador de penalidad) en el extremo derecho de la ecuación 25. Dicho parámetro se denomina, en la literatura de control robusto, parámetro "libre".[17] El mismo representa la aversión a la robustez por parte del hacedor de política. Un valor bajo de θ implica un alto deseo de robustez, y por lo tanto un conjunto grande de modelos posibles.[18] Hablando rústicamente, puede decirse que es a través de este parámetro como la incertidumbre entra en este problema, de modo análogo

[17] Se lo denomina "parámetro libre" en tanto el valor del mismo depende del arbitrio subjetivo del hacedor de política o del modelizador. Para una discusión del término, ver Hansen y Sargent (2007).

[18] Efectivamente, un valor bajo del parámetro "libre" impone una penalidad baja en la función objetivo para el uso de la variable z. Ello implica que la "naturaleza" tiene un rango de "juego" más amplio para usar dicha variable.

a como lo hacía a través de la varianza del parámetro b en los problemas de control óptimo previamente presentados. Es decir que un valor bajo de θ podría aquí interpretarse como un grado alto de incertidumbre, y viceversa.

A partir de aquí, podemos plantearnos nuevamente la pregunta sobre el tipo de respuesta óptima que el hacedor de política debería implementar frente a un aumento de la incertidumbre. ¿Debería utilizar la variable de política u más cautamente o más intensamente cuando la incertidumbre aumenta, es decir, cuando el parámetro θ disminuye?

Para poder abordar formalmente esta pregunta, primero tenemos que transformar el problema expresado en (25) en una forma más manejable. Nótese que en (25) la variable de control u en manos del hacedor de política, y la variable z en manos de la naturaleza forman parte de la función objetivo, y que en el problema se trata de minimizar dicha función respecto de u y a la vez maximizarla respecto de z. Por lo tanto, una forma equivalente de escribir el problema es como un problema de control óptimo del tipo de los vistos en la sección anterior, pero ahora con dos variables de control, una (la variable de política u) con multiplicador de penalidad positivo y la otra (la variable z en manos de la naturaleza) con multiplicador de penalidad negativo (Gonzalez y Rodriguez, 2005). La función objetivo puede entonces reescribirse como:

$$\min_{\{u_t\}_{t=0}^{T-1}\{z_t\}_{t=0}^{T-1}} E\left\{\frac{1}{2}wx_T^2+\frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T-1}\left(wx_t^2+\lambda u_t^2-\theta z_t^2\right)\right\} \tag{26}$$

De manera análoga a lo obtenido en la sección anterior en las ecuaciones 12 a 15, la solución del problema dado por (23) y (26), para la variable de control u, es una *feedback rule* de la forma:[19]

$$u_t = G_{ut}\, x_t \tag{27}$$

donde el *feedback gain coefficient* viene dado por:

$$G_{ut}=\frac{ab\,\theta k_{t+1}}{-\lambda\theta+\lambda k_{t+1}-\theta k_{t+1}b^2} \tag{28}$$

[19] De la solución del problema también se obtiene una *feedback rule* para la variable z, con su correspondiente *feedback gain coefficient* G_{zt}, pero la misma no es relevante para nuestro análisis.

y donde las correspondientes ecuaciones de Riccati son:

$$k_T = w \tag{29}$$

para el período terminal T, y:

$$k_t = w + a^2 k_{t+1}\left(1 - \frac{\lambda k_{t+1} - \theta k_{t+1} b^2}{-\lambda\theta + \lambda k_{t+1} - \theta k_{t+1} b^2}\right) \tag{30}$$

para cualquier otro período.

A partir de aquí podemos analizar formalmente la respuesta óptima de política cuando hay un aumento en la incertidumbre, es decir, la respuesta de u (o en forma equivalente, de G_{ut}) cuando se produce un incremento en la incertidumbre, es decir, cuando el valor del parámetro θ disminuye. Para ello derivamos (28) respecto de θ y obtenemos:

$$\frac{\partial G_{ut}}{\partial \theta} = \frac{ab\, k^2{}_{t+1} \lambda}{(-\lambda\theta + \lambda k_{t+1} - \theta k_{t+1} b^2)^2} \tag{31}$$

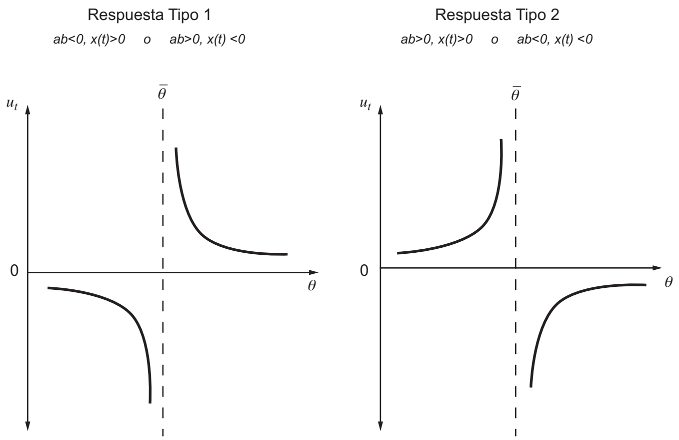
Dado que el ponderador λ se asume como positivo y dado que el valor k_{t+1} que se deriva de la correspondiente ecuación de Riccati es también positivo, de (31) puede verse que la respuesta óptima es una función creciente de θ sí y solo $ab>0$, mientras que es decreciente cuando $ab<0$. Asimismo, dicha respuesta presenta una discontinuidad cuando el denominador de (31) es igual a cero, lo cual sucede cuando el parámetro θ toma el valor:

$$\bar{\theta} = \frac{\lambda k_{t+1}}{b^2 k_{t+1} + \lambda} \tag{32}$$

A partir de aquí, para el caso de un incremento en incertidumbre corriente, Gonzalez y Rodriguez (2005) obtienen que la respuesta óptima de política toma formas hiperbólicas como las que se pueden apreciar en el Gráfico 2, en el cual se muestran los valores óptimos de la variable de política u como función de los valores del parámetro θ.

Podemos observar que a medida que θ disminuye de derecha a izquierda (es decir a medida que la incertidumbre aumenta) la respuesta de política puede

Gráfico 2 / Respuestas de u a cambios de θ



ser de dos tipos, según el signo de los valores de los parámetros a y b y de la variable x. En la respuesta tipo 1 (que se obtiene ya sea cuando $ab<0$ y $x>0$, o cuando $ab>0$ y $x<0$), la hipérbola toma valores positivos a la derecha del punto de discontinuidad, para luego tomar valores negativos a la izquierda del mismo. En la respuesta tipo 2 (que se obtiene cuando $ab>0$ y $x>0$, o cuando $ab<0$ y $x<0$), la hipérbola toma valores negativos a la derecha del punto de discontinuidad, y positivos a la izquierda. Pero puede observarse que en ambos tipos de respuesta, a medida que el valor de θ disminuye de derecha a izquierda (es decir, cuando la incertidumbre se incrementa) la respuesta del instrumento de política u se hace más y más intensa en valor absoluto hasta alcanzar una discontinuidad para un valor dado de θ. A partir de dicho valor la respuesta de política cambia de comportamiento y se hace más y más cauta.

Para el caso de un incremento en incertidumbre futura, así como para el caso de horizonte infinito,[20] Rodriguez (2004) demuestra que la respuesta óptima es de la misma forma que en el caso de incremento en incertidumbre corriente recién visto, es decir, que presenta un punto de discontinuidad a partir del cual revierte el comportamiento, que pasa de ser más intenso a más cauto a medida que el valor del parámetro θ disminuye, o equivalentemente a medida que la incertidumbre se incrementa.

[20] En el caso de horizonte infinito, las ecuaciones 28 y 30 se vuelven estacionarias, en forma análoga a lo que se mencionó previamente en el caso de la ecuación 20. Ver nota al pie 12.

IV. Conclusiones y retos futuros para investigación

Hemos presentado una serie de modelos muy pequeños para abordar la problemática de la incertidumbre y la política económica, y específicamente la cuestión de la "cautela" *versus* la "intensidad" en el uso de los instrumentos de política, y hemos pasado revista a un conjunto de interesantes resultados analíticos en el marco de los mismos. Hemos encontrado que dichos resultados dependen del tipo de incertidumbre (paramétrica o de modelo), de la temporalidad de la incertidumbre (corriente o futura), y del horizonte temporal (finito o infinito).

En el caso de control óptimo con incertidumbre paramétrica en el parámetro asociado a la variable de política, la respuesta óptima de política se hace más cauta frente a un incremento en la incertidumbre corriente, mientras que se vuelve más intensa frente a un incremento en la incertidumbre futura. Para un horizonte infinito, la cautela prevalece.

En forma contrastante, en el caso de control robusto con incertidumbre de modelo, la respuesta óptima de política se hace más y más intensa a medida que la incertidumbre se incrementa, pero a partir de cierto nivel de incertidumbre la respuesta cambia de comportamiento y se hace más y más cauta. Y también contrastando con el caso de control óptimo, este tipo de respuesta es la misma tanto para el caso de incertidumbre corriente como futura, así como para el caso de horizonte infinito.

Las problemáticas introducidas en este trabajo pueden complejizarse en diversas direcciones, y permanecen como líneas abiertas de investigación futura. Podrían, por ejemplo, considerarse más parámetros y sus interrelaciones (covarianzas) como inciertos,[21] modelos multivariados,[22] modelos con expectativas racionales,[23] procesos de aprendizaje pasivo (utilizando filtros de Kalman) y de aprendizaje activo (lo que se conoce como "control dual") y modelos con formas funcionales distintas de la lineal-cuadrática. En estos casos los resultados analíticos son, hasta el momento, escasos o nulos.

---

[21] Ver Holly y Hugues-Hallett (1989) para algunos resultados analíticos relacionados a la consideración de la covarianza en modelos pequeños.

[22] Pohola (1981) y Don (1983) obtienen resultados analíticos para modelos multivariados pero solamente de carácter estático.

[23] Ver Giannoni (2002) para un primer paso en esa dirección.

En consecuencia y hasta el momento, para abordar tales casos debemos abandonar el ámbito de la teoría y movernos al de la economía computacional (Amman, Kendrick y Rust, 1995; y Kendrick, Mercado y Amman, 2006), donde en general podremos resolver numéricamente una amplia gama de modelos de diverso tamaño y complejidad, pero los resultados serán específicos o relativamente acotados en cuanto a generalidad. Pero no debemos perder de vista que la experimentación computacional con tales modelos puede resultar de gran utilidad tanto para sugerir como para explorar resultados analíticos que hagan avanzar nuestro conocimiento sobre las problemáticas presentadas en este trabajo.[24]

[24] Ver Judd (1997) para un sólido argumento en este sentido.

Bibliografía

Amman, Hans, David A. Kendrick y Heinz Neudecker (1995); *Numercial Steady State Solutions for Nonlinear Dynamic Optimization Models*, sin publicar.

Amman, Hans, David A. Kendrick y John Rust (1996); *Handbook of Computational Economics*, Vol. 1, North-Holland.

Athans, M., R. Ku y S. Gershwin (1977); "The Uncertainty Threshold Principle: Some Fundamental Limitations of Optimal Decision Making under Dynamic Uncertainty", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-22, Nº 5, Octubre.

Basco, Emiliano, Tomás Castagnino, Sebastián Katz y Sebastián Vargas (2007); "Política Monetaria en Contextos de Incertidumbre, Cambio de Régimen y Volatilidad Pronunciada", *Documentos de Trabajo*, 2007-25, Banco Central de la República Argentina.

Bertsekas, Dimitri (1995); *Dynamic Programming and Optimal Control*, Athena Scientific, Belmont, Massachusetts.

Blinder, Alan (1997); Distinguished Lecture on Economics in Government: "What Central Bankers Could Learn from Academics - and Vice Versa", *Journal of Economic Perspectives*, 11, Primavera.

Brainard, William (1967); "Uncertainty and the Effectiveness of Policy", *American Economic Review*, Vol. 57, Nº 2.

Chow, Gregory (1973); "Effect of Uncertainty on Optimal Control Policies", *International Economic Review*, Vol. 14, Nº 3.

Craine, Roger (1979); "Optimal Monetary Policy with Uncertainty", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1.

Davidson, Paul (1996); "Reality and Economic Theory", *Journal of Post-Keynesian Economics*, Vol. 18, Nº 4.

Don, F. J. H. (1983); "Uncertainty and the vigor of policy: A stronger result", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 6, pp. 187-191.

Eatwell, John, Murray Milgate y Peter Newman (Eds.) (1987); *The New Palgrave*, The Macmillan Press Limited.

Epstein, L. y M. Schneider (2003); “Recursive multiple-priors”, *Journal of Economic-Theory,* 113.

Giannoni, M. (2002); “Does model uncertainty justify caution? Robust optimal monetary policy in a forward-looking model”, *Macroeconomic Dynamics*, 6.

Gilboa, I. y D. Schmeidler (1989); “Maxmin expected utility with non-unique prior”, *Journal of Mathematical Economics*, 18.

Gonzalez, Fidel y Arnulfo Rodriguez (2005); “Robust Control: A Note on the Response of the Control to Changes in the “Free” Parameter”, *Economics Letters*, Vol. 89, Nº 3.

Haavelmo, Trygve (1943); “Statistical Testing of Business Cycle Theories”, *Review of Economics and Statistics*, 25.

Hansen, L. y T. Sargent (2007); *Robustness*, Princeton University Press.

Hansen, L., T. Sargent, G. Turmuhambetova y N. Williams (2006); “Robust control and model misspecification”, *Journal of Economic Theory,* 128.

Hicks, John (1979); *Causality in Economics*, Basil Blackwell.

Holly, Sean y Andrew Hugues-Hallett (1989); *Optimal Control, Expectations and Uncertainty*, Cambridge University Press.

Judd, Ken (1997); “Computational Economics and Economic Theory: substitutes or complements?”, *Journal of Economics Dynamics and Control*, 21(6), Junio.

Kendrick, David A. (1981); *Stochastic Control for Economic Models*, McGraw-Hill Book Company, New York.

Kendrick, David A., P. Ruben Mercado y Hans Amman (2006); *Computational Economics*, Princeton University Press.

Keynes, John Maynard (1939); “The Statistical Testing of Business Cycle Theory”, *Economic Journal*, 49.

Knight, Frank (1921); *Risk, Uncertainty and Profit*, Hart, Schaffner and Marx.

Kydland, Finn y Edward Prescott (1977); “Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans”, *Journal of Political Economy*, 85.

Mercado, P. Ruben (2004); “The Timing of Uncertainty and the Intensity of Policy”, *Computational Economics*, Vol. 23, Nº 4.

Mercado, P. Ruben y David A. Kendrick (2000); “Caution in Macroeconomic Policy: Uncertainty and the Relative Intensity of Policy”, *Economics Letters*, Vol. 68, Nº 1.

Mercado, P. Ruben y David A. Kendrick (2006); “Parameter Uncertainty and Policy Intensity: Some Extensions and Suggestions for Further Work”, *Computational Economics*, Vol. 27, Nº 4.

Pohjola, M. T. (1981); “Uncertainty and the vigor of policy: Some implications of quadratic preferences”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 3.

Rodriguez, Arnulfo (2004); “Robust Control: A Note on the Timing of Model Uncertainty”, *Computational Economics*, Vol. 24, Nº 3.

Shackle, G. L. S. (1972); *Epistemics and Economics*, Cambridge University Press.

Tetlow, Robert y Brian Ironside (2006); “Real-time Model Uncertainty in the United States: the Fed from 1996 to 2003”, *Finance and Economics Discussion Series*, 2006-08, Federal Reserve Board, Washington D.C.

Tinbergen, Jan (1952); *On the Theory of Economic Policy*, North-Holland.

Tinbergen, Jan (1937); *An Econometric Approach to Business Cycle Problems*, Herman and Cie Editeurs.

Turnovsky, Stephen (1977); *Macroeconomic Analysis and Stabilization Policy*, Cambridge University Press.